

Esperienze con le bolle di sapone

Esperienza 4



Obiettivo

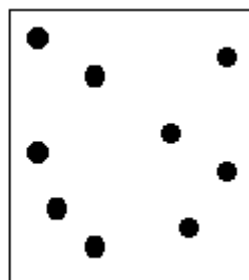
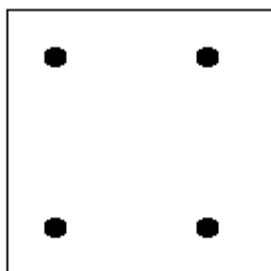
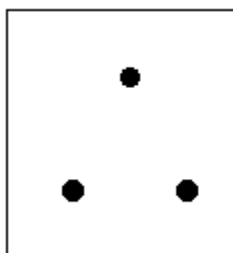
Fare notare come con lamine saponose è possibile trovare il cammino di lunghezza minima che unisce tra loro diversi punti del piano.

Materiale occorrente

- Tavolette quadrate di plexiglass uguali a due a due
- Viti filettate
- Soluzione saponosa

Procedimento

Prendere due tavolette di plexiglass di uguale grandezza, sovrapporle, fissare tante viti quanti sono i punti che si vogliono collegare facendo sì che tra le due tavolette si crei uno spazio di circa 3 o 4 mm. Si possono disporre le viti ai vertici di triangolo equilatero, di un quadrato, o si dispongano casualmente. (vedi figura)



Immergere quindi questi telai nella soluzione saponosa e toglierli molto delicatamente.

Che cosa fare notare



Quando si estrae il telaio dalla soluzione quello che si può vedere è come le lamine saponose si dispongono per collegare tra loro le viti, probabilmente non è come ci si aspettava! Se consideriamo, ad esempio, un telaio con le viti disposte ai vertici di un triangolo equilatero quello che si vede non è il contorno del triangolo bensì tre segmenti che partono dai vertici del triangolo e si uniscono in un punto all'interno di esso.

È importante notare che le lamine, per raggiungere l'equilibrio, impiegano qualche secondo: è quindi possibile osservare come la configurazione si viene costruendo.

Che cosa succede

Le lamine tendono ad occupare il minor spazio possibile. In questo caso si dispongono in modo che la lunghezza totale del percorso che unisce i vari punti sia la minore tra tutte quelle possibili. Ecco perché in un telaio con rappresentato un triangolo equilatero le lamine non disegnano il perimetro del triangolo ma si dispongono in altra maniera.

Occorre tempo perché possa essere raggiunta la configurazione che occupa lo spazio minimo. Si raggiunge l'equilibrio passando attraverso altre possibili configurazioni.

Per approfondire







Si può prendere un telaio con le viti disposte ai vertici di un triangolo o di un quadrato e cercare la minima distanza che congiunga questi vertici cioè determinare il reticolo, quello che si chiama *albero di Steiner*, che abbia la minor lunghezza totale nel collegare i punti dati. **(vedi scheda allegata)**

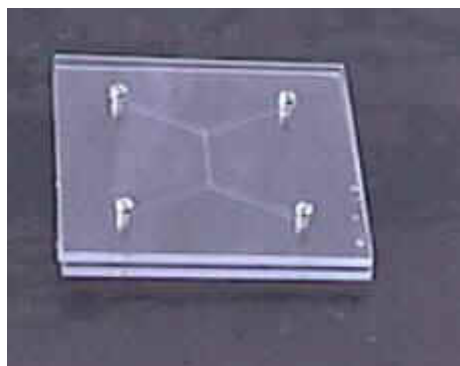
Si possono misurare gli angoli nei punti in cui si formano le lamine e scoprire che sono sempre di 120°

Scheda allegata

Albero minimo di Steiner

Si consideri un telaio con quattro viti poste nei vertici di un quadrato il cui lato è uguale ad una unità (1u) possiamo calcolare la misura dei percorsi possibili per congiungere tutti i punti. Le possibili configurazioni sono riportate in tabella:

Configurazione	Lunghezza	
	$4 + 2\sqrt{2}$	6.82
	$\pi\sqrt{2}$	4.44
	4	4.00
	3	3.00
	$2\sqrt{2}$	2.83
	$1 + \sqrt{3}$	2.73



Se immergiamo il telaio nella soluzione saponosa dopo una breve attesa, cioè quando si è raggiunto l'equilibrio, la configurazione che si vede è quella riportata in tabella per ultima ed è proprio quella che congiunge tutti i punti con un percorso che ha lunghezza minore (la lunghezza totale dei segmenti è 2.73).

Se si considera il quadrato ABCD di lato $AB=1u$ Si può calcolare il percorso fatto dalle lamine saponose per unire i punti A,B,C,D, cioè calcolare la somma dei segmenti AO OC, OP, PB, PD. Si può notare che i segmenti $AO = OC = PB = PD$ perciò basta calcolare il valore di AO. Il triangolo AOC è

isoscele ed ha l'angolo $\angle AOC = 120^\circ$ (perché quando tre lamine saponose si incontrano in un punto formano angoli di 120°) perciò

$$AO = \frac{AC}{2} \cdot \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

mentre:

$$OH = AO \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

si vede che $OP = AB - 2 OH$ ora sommando il tutto si trova che il valore del percorso delle lamine saponose è

$$1 + \sqrt{3} = 273$$